

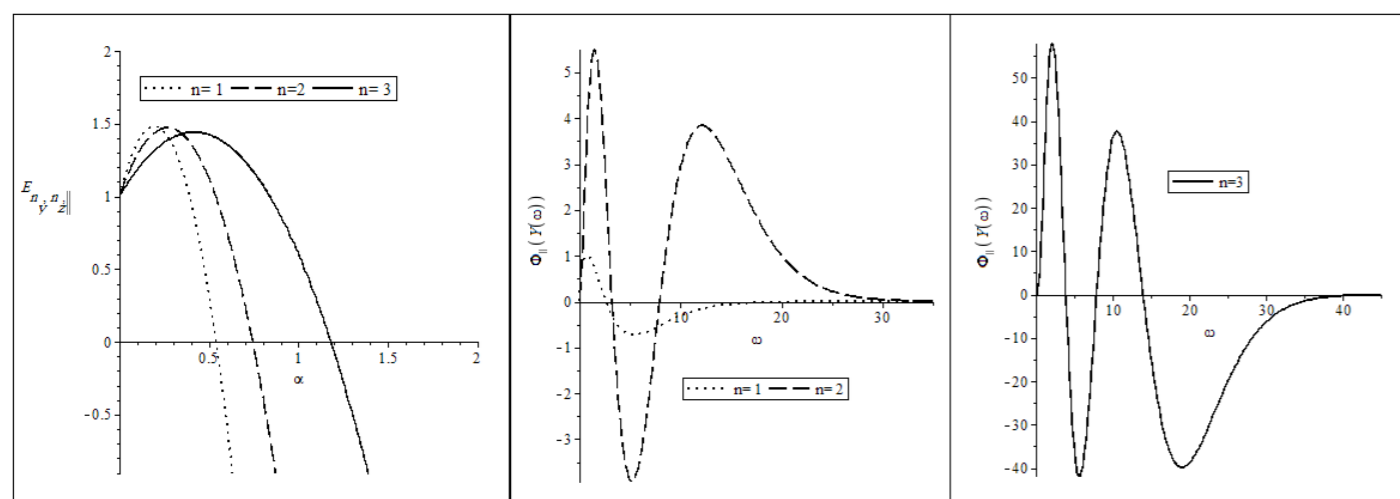
# حل معادله دیراک تحت متغیر نمایی میدان الکتریکی و مغناطیسی

سپیده سرگلزایی پور<sup>۱</sup>

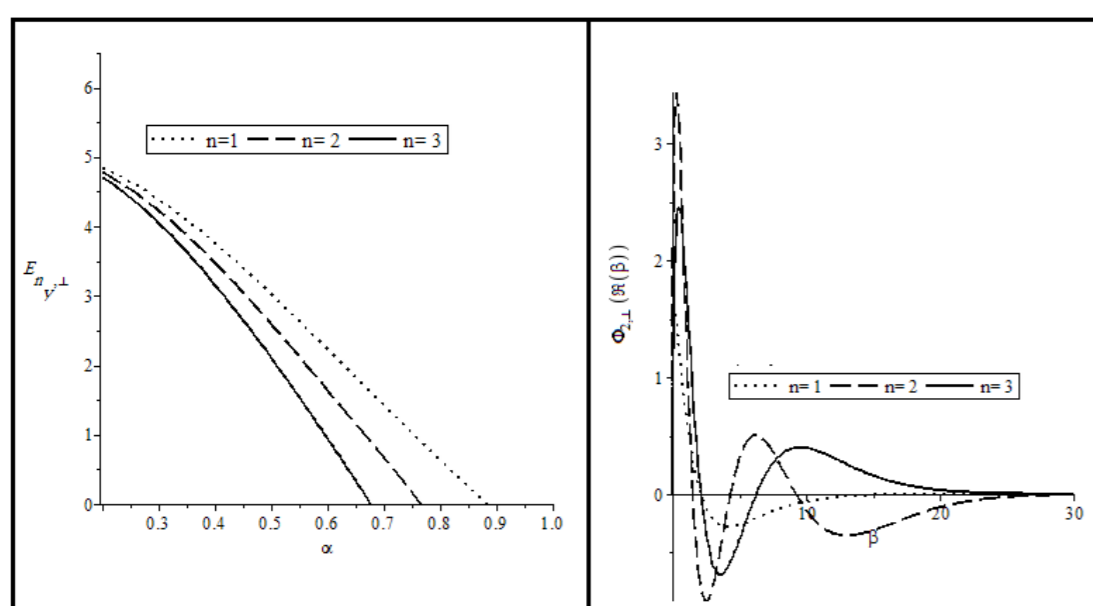
۱. دانشگاه صنعتی شاهرود

EMAIL:sargolzaeipor.sepideh@gmail.com

## یافته‌ها



شکل ۱-۲. رفتار  $E_{n_r, n_z}$  و تابع موج بر حسب پارامتر  $\alpha$  برای میدان‌های الکترومغناطیسی موازی برای سه عدد کوانتومی  $n$  و  $M = n_z = 1, P_x = 0.7$



شکل ۳-۴. رفتار  $E_{n_r, \pm}$  و تابع موج بر حسب پارامتر  $\alpha$  برای میدان‌های الکترومغناطیسی موازی برای سه عدد کوانتومی  $n$  و  $P_x = 0.65, P_y = 0.5, P_z = 0.85, E_r = 0.5, B_r = 0.5, M = 1, e = 1$

## بحث و نتیجه‌گیری

ما حرکت ذرات اسپین- $\frac{1}{2}$  را در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موازی و متعامد  $\vec{E} \parallel \vec{B}$ ،  $\vec{E} \perp \vec{B}$  آنالیز کرده‌ایم. ویژه مقادیر انرژی و ویژه تابع را در هر دو مورد بدست می‌آوریم. برخی از شکل‌ها را ترسیم کرده‌ایم که تأثیر پارامتر  $\alpha$  را بر انرژی سیستم برای  $(\vec{E} \parallel \vec{B}, \vec{E} \perp \vec{B})$  نشان می‌دهد. همچنین توابع موج را در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موازی و متعامد نشان داده‌ایم.

## مراجع

- [1] Dong, S.H. (2000), *Exact solutions of the two-dimensional Schrödinger equation with certain central potentials*, Int. J. Theor. Phys., vol. 39, no. 4, pp. 1119-1128.
- [2] Alberto, P. de Castro, A. S. and Malheiro, M. (2013), *Spin and pseudospin symmetries of the Dirac equation with confining central potentials*, Phys. Rev. C 87 031301.
- [3] Dong, S. H., Qiang, W.C., Sun, G.H., Bezerra, V.B. (2007), *Analytical approximations to the l-wave solutions of the Schrödinger equation with the Eckart potential*, J. Phys. A: Math. Theor. 40, 10535.
- [4] Chen, X. Y., Chen, T. and Jia, C. S. (2014), *Solutions of the Klein-Gordon equation with the improved Manning-Rosen potential energy model in D dimensions*, Eur. Phys. J. Plus 129 75.
- [5] Sogut, K. and Havare, A. (2014), *Spinless particles in exponentially varying electric and magnetic fields*, Advances in High Energy Physics.
- [6] Dominguez-Adame, F. and Mendez, B. (1992), *Relativistic particles in orthogonal electric and magnetic fields with confining scalar potentials*, II Nuovo Cimento B 107 (1992) 489.
- [7] Villalba, V. M. and Pino, R. (2001), *Solution of the Klein-Gordon and Dirac Equations for a Particle with a Plane Electromagnetic Wave and a Parallel Magnetic Field*, Physica E. 10 561.
- [8] Redmond, P. (1965), J. Math. Phys. 6 1163.
- [9] Liboff, R. L. (1966), *Brownian motion of charged particles in crossed electric and magnetic fields*, Phys. Rev. 141 222.
- [10] Ivanovski, G., Jakimovski, D. and Sopova, V. (1993), *Energy levels of a charged particle in a homogeneous electric field orthogonal to a piecewise homogeneous magnetic field*, Phys. Lett. A. 183 24.
- [11] Dirac, P. A. M. (1931), *Quantised singularities in the electromagnetic field*, Proc. Roy. Soc. London 133A 60.
- [12] Nikiforov, A. F. and Uvarov, V. B. (1988), *Special Functions of Mathematical Physics*, Birkhauser, Basel.
- [13] Komke, E. (1967), *Mathematik und Ihre Anwendungen in Physik und Technik* (Leipzig).

## مواد و روش‌ها

معادله دیراک در میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی  
معادله دیراک با پتانسیل اسکالر  $S(r)$  و پتانسیل برداری  $V(r)$  با  $(h=c=1)$  به دست می‌آید. (۱)

که در آن  $V(r)$  و  $E, \vec{P}, S(r)$  و  $\vec{A}$  به ترتیب پتانسیل اسکالر، عملگر تکانه سه بعدی، انرژی نسبی سیستم و پتانسیل برداری را نشان می‌دهند.  $\vec{a}$  ماتریس هابی به صورت زیر هستند. (۲)

ماتریس‌های پائولی  $\sigma_i$  به صورت  
تابع موج را به صورت زیر نمایش می‌دهیم  
با جایگزینی معادلات (۲)-(۴) در معادله (۱)، و با انتخاب  $S(r)=V(r)$ ، معادله (۱) به صورت زیر تغییر می‌کند [۱۱]

که  $\vec{A} = \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}$  و  $M$  به ترتیب بار و جرم ذره هستند.  $\vec{A}$  اصطلاح پتانسیل الکترومغناطیسی برداری است. در نتیجه، برای  $S(r) = -E_0 e^{-\alpha r}$  معادله (۵) به صورت زیر ظاهر می‌شود.

در ادامه قصد داریم معادله دیراک را برای جهت‌گیری‌های مختلف میدان‌های خارجی بدست آوریم.

### ۲.۱. حالت اول $\vec{E} \parallel \vec{B}$

در این حالت پتانسیل الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم  
بنابراین معادله (۶) را به صورت زیر تغییر می‌کنیم

با تعریف تابع موج  
و با جایگزینی معادله (۹) داخل معادله (۸) و با معرفی  $\epsilon = \frac{1}{2}(E_{n_r, n_z} - M)$  و معادله (۸) پس از جداسازی متغیرها به صورت زیر تغییر می‌کند

که  $\epsilon$  ثابت جدایی است. با اعمال تبدیل  $\omega = \frac{\gamma E_0 e^{-\alpha r}}{\alpha}$  معادله (۱۰a) می‌شود [۵]  
برای بدست آوردن جواب معادله (۱۱)، ما از روش قدرتمند نیکیفورف - یوواروف NU استفاده می‌کنیم. تابع موج به صورت زیر بدست می‌آید [۱۲].

و از معادله ویژه مقادیر انرژی شرایط پارامتر ثابت  $a$  را پیدا می‌کنیم  
که  $N = n + \frac{1}{2}$  است. معادله (۱۰b) را می‌توان به همین روش محاسبه می‌کنیم. پس از تعریف یک متغیر جدید به فرم  $\rho = \gamma \mu E_0 e^{-\alpha r}$ ، معادله (۱۰b) می‌شود

جواب این معادله [۱۳] به صورت زیر است  
که  $j_r$  توابع بسل است و  
بنابراین از معادلات (۹)، (۱۲) و (۱۵)، می‌توانیم بنویسیم

که  $K$  ثابت نرمالایز است. با استفاده از معادله (۱۳) و (۱۶)، مقادیر ویژه انرژی را بدست می‌آوریم.

در شکل ۱. رفتار طیف انرژی را بر حسب پارامتر  $\alpha$  ترسیم شده است. تابع موجی سیستم برای اعداد کوانتومی مختلف در شکل (۲) ارائه شده است.

### ۲.۲. حالت دوم $\vec{E} \perp \vec{B}$

اکنون در نظر می‌گیریم  
تابع موج به صورت  
معادله دیراک به شکل زیر است

با فرض  $\beta = \frac{\gamma E_0 B_0 e^{-\alpha r}}{\alpha^2}$ ،  $\mathfrak{R}(y) = \beta^{-\frac{1}{2}} R(\beta)$  نوشتن معادله (۲۱) به صورت زیر تغییر می‌کند  
با استفاده از روش نیکیفورف - یوواروف NU، رابطه انرژی معادله فوق برابر است

تابع موج به صورت زیر بدست می‌آید  
که  $N$  ثابت نرمالایز است. رفتار طیف انرژی بر حسب پارامتر  $\alpha$  و تابع موج سیستم برای میدان‌های الکترومغناطیسی متعامد در شکل‌های (۳) و (۴) به ترتیب ارائه شده است.

## چکیده

در کار حاضر، سیستم‌های مکانیکی کوانتومی با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به طور مؤثرتری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. سیستم‌های با میدان خارجی بسیار مفید و قابل استفاده در فناوری هستند، به ویژه در مهندسی برق، الکترومکانیک، فیزیک ذرات، فیزیک پزشکی و غیره. بنابراین بررسی معادلات نسبیتی و غیرنسبیتی با میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی برای این شرایط بسیار حائز اهمیت است. سپس معادله دیراک نسبیتی را با پتانسیل اسکالر و برداری در حضور میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی خارجی که به صورت موازی و متعامد بایکدیگر جهت‌گیری می‌کنند را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ویژه مقادیر انرژی و تابع موج متناظر از معادله دیراک تحت میدان‌های خارجی موازی و متعامد با استفاده از روش نیکیفورف - یوواروف (NU) محاسبه می‌کنیم. همچنین، اشکالی را ترسیم کرده‌ایم که تأثیر پارامتر میدان خارجی را بر انرژی سیستم نشان می‌دهیم. به علاوه توابع موج را در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موازی و متعامد و تأثیر پارامترهای میدان خارجی و موجود در تابع موج را ترسیم می‌کنیم.

## مقدمه

در سال‌های اخیر، سیستم‌های مکانیکی کوانتومی با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به طور مؤثرتری در ادبیات مورد بررسی قرار گرفته‌اند. سیستم‌های با میدان خارجی بسیار مفید و قابل استفاده در فناوری هستند، به ویژه در مهندسی برق، الکترو مکانیک، فیزیک ذرات، فیزیک پزشکی و غیره. راه‌حل‌های تحلیلی معادلات نسبیتی و غیرنسبیتی در غیاب میدان‌های خارجی برای حل پتانسیل‌ها توسط بسیاری از نویسندگان و روش‌های مختلف مورد بحث قرار گرفته است [۱-۴]. از سوی دیگر، بررسی راه‌حل‌های دقیق این معادلات در میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی در سیستم‌های مکانیکی کوانتومی مانند اخترفیزیک و راکتورها یا شتاب‌دهنده‌های هسته‌ای اهمیت دارد [۵]. بنابراین، بررسی معادلات نسبیتی و غیر نسبیتی با میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی برای این شرایط بسیار مهم است. اخیراً علاقه به جستجوی حل معادلات موج در حضور میدان‌های خارجی افزایش یافته است. نویسندگان در [۶] ذرات نسبیتی اسپین صفر را در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی متعامد با پتانسیل‌های اسکالر مطالعه کرده‌اند. طیف انرژی یک اتم نسبیتی دو بعدی در حضور میدان مغناطیسی ثابت توسط ویلایا و پینو در مرجع [۷] محاسبه شده است. همچنین تلاش‌هایی برای پیکربندی‌های مختلف میدان‌های خارجی در مراجع [۸-۱۰] انجام شده است.

در این مقاله، معادله نسبیتی دیراک را با استفاده از روش نیکیفورف - یوواروف (NU) تحت میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی که به صورت موازی و متعامد نسبت به یکدیگر قرار دارند، بررسی می‌کنیم. در اینجا دو حالت را در نظر می‌گیریم: حالت اول  $A_r = -E_0 e^{-\alpha r}$ ،  $A_z = \frac{B_0}{\alpha} e^{-\alpha r}$  و حالت دوم:  $A_r = E_0 e^{-\alpha r}$ ،  $A_z = \frac{B_0}{\alpha} e^{-\alpha r}$

که در آن  $E_0$  و  $B_0$  پارامترهای ثابت هستند. در ادامه، ابتدا معادله دیراک را تحت میدان‌های الکترومغناطیسی خارجی بررسی می‌کنیم. سپس به بررسی دو مورد ذکر شده می‌پردازیم.